

Model ANOVA s náhodnými efekty

Model

$$x_{ij} = \mu + a_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k$$

$$a_j \sim N(0, \sigma_A^2) \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$SSA = n \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{\bar{x}})^2 \quad SSE = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

Protože platí $\sigma_x^2 = \sigma_A^2 + \sigma^2$, nazývají se σ_A^2 a σ^2 složky rozptylu. Odhady složek rozptylu získáme z rovnic, které vzniknou, položíme-li průměrné čtverce rovny jejich středním hodnotám:

$$MSA = \frac{SSA}{k-1} = n\hat{\sigma}_A^2 + \hat{\sigma}^2 \quad MSE = \frac{SSE}{k(n-1)} = \hat{\sigma}^2$$

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{MSA - MSE}{n} \quad \hat{\sigma}^2 = MSE$$

Testuje se hypotéza $H_0: \sigma_A^2 = 0$ proti alternativě $H_1: \sigma_A^2 \neq 0$. Pokud platí H_0 , má testová statistika

$$F = \frac{MSA}{MSE} = \frac{\frac{SSA}{k-1}}{\frac{SSE}{k(n-1)}}$$

F-rozdělení s $(k-1)$ a $k(n-1)$ stupni volnosti.

Tabulka ANOVA

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	Střední hodnota průměrného čtverce	F
Podskupiny	SSA	$k-1$	MSA	$\sigma^2 + n\sigma_A^2$	MSA/MSE
Reziduální	SSE	$k(n-1)$	MSE	σ_e^2	
Celkový	SST	$kn-1$			