Testy odlehlých pozorování

Testová statistika jednostranného Grubbsova testu má tvar (Grubbs, 1969)

$$G = \frac{x_{(N)} - \overline{x}}{s} \quad \text{nebo} \quad G = \frac{\overline{x} - x_{(1)}}{s}$$

kde průměr $\overline{x}$ a výběrová směrodatná odchylka s jsou vypočteny z N hodnot a pozorování jsou seřazena vzestupně podle velikosti, tj. $x_{(N)}$ je maximální hodnota, $x_{(1)}$ minimální hodnota. I když existují tabulky kritických hodnot, Bissell (1994) uvádí pro hladinu významnosti 0,05 a 0,01 přibližný výpočet, dostatečně přesný pro praktické účely. Krajní pozorování prohlásíme za odlehlé, je-li testová statistika větší než kritická hodnota.

$$G_{0,05} = 1,427 + 0,3956 \ln(N-3) \quad \text{pro} \quad 5 \le N \le 100$$
$$G_{0,01} = 1,369 + 0,5339 \ln(N-3) \quad \text{pro} \quad 5 \le N \le 25$$

Testová statistika dvoustranného Grubbsova testu (Stefansky, 1972) je

$$G = \frac{\max\left|x_i - \overline{x}\right|}{s}$$

kde v čitateli je maximální absolutní odchylka od průměru a s je výběrová směrodatná odchylka vypočtená z N hodnot. Pozorování x_i s hodnotou statistiky G považujeme za odlehlé, platí-li

$$\mathrm{G} > \frac{N-1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\left[t_{1-\alpha/2N}(N-2)\right]^2}{N-2+\left[t_{1-\alpha/2N}(N-2)\right]^2}}$$

Tzv. Hampelův test využívá statistiku

$$H = \frac{\left|x_i - \tilde{x}\right|}{median(\left|x_1 - \tilde{x}\right|, \left|x_2 - \tilde{x}\right|, ..., \left|x_N - \tilde{x}\right|) / 0,6745}$$

V čitateli je absolutní hodnota rozdílu i-tého pozorování od mediánu $\tilde{x}$ vypočteného z N pozorování. Je-li hodnota statistiky H větší než kritická hodnota, považujeme pozorování x_i za odlehlé. Kritické hodnoty pro α = 0,05 a α = 0,01 pro N = 10 až 200 jsou uvedeny např. v (Dietrich, Schulze, 2014, s. 735).

Dixonův test (Dixon, 1950, 1951) je určen především pro malé výběry. Tvar statistiky závisí na rozsahu výběru N. Předpokládáme vzestupně seřazená pozorování, tj. $x_{(1)} \le x_{(2)} \le ... \le x_{(N)}$.

$$R_{10} = \frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(N)} - x_{(1)}} \quad \text{nebo} \quad R_{10} = \frac{x_{(N)} - x_{(N-1)}}{x_{(N)} - x_{(1)}} \quad \text{pro}\, 3 \le N \le 7$$

$$R_{11} = \frac{x_{(2)} - x_{(1)}}{x_{(N-1)} - x_{(1)}} \quad \text{nebo} \quad R_{11} = \frac{x_{(N)} - x_{(N-1)}}{x_{(N)} - x_{(2)}} \quad \text{pro}\, 8 \le N \le 10$$

$$R_{21} = \frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(N-1)} - x_{(1)}} \quad \text{nebo} \quad R_{21} = \frac{x_{(N)} - x_{(N-2)}}{x_{(N)} - x_{(2)}} \quad \text{pro} \, 11 \le N \le 13$$

$$R_{22} = \frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(N-2)} - x_{(1)}} \quad \text{nebo} \quad R_{22} = \frac{x_{(N)} - x_{(N-2)}}{x_{(N)} - x_{(3)}} \quad \text{pro} \, 14 \le N \le 30$$

Kritické hodnoty jsou pro α = 0,05 a α = 0,01 publikovány např. v (Duncan, 1986, s. 1034).

Literatura:

Bissell, D.: *Statistical Methods for SPC and TQM*. Chapman & Hall, London 1994

Dietrich, E., Schulze, A.: *Statistical Procedures for Machine and Process Qualification*. Hanser, Munich 2010

Dixon,W. J.: Analysis of Extreme Values. *Ann. Math. Stat.*, 1950, roč. 21, č. 4, s. 488–506

Dixon, W. J.: Ratios Involving Extreme Values. Annals of Mathematical Statistics, 1951, roč. 22, s. 68–78

Duncan, A. J.: *Quality Control and Industrial Statistics*. Irwin, Homewood 1986.

Grubbs, F. E.: Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples. *Technometrics,* 1969, roč. 11, č. 1, s. 1–21

Stefansky, W.: Rejecting Outliers in Factorial Designs, *Technometrics,* 1972, roč. 14, s. 469–479.