Vybraná spojitá rozdělení

Normální (Gaussovo) rozdělení

hustota

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad \mu \text{ reálné, } \sigma > 0$$

μ ... parametr polohy
σ ... parametr měřítka

distribuční funkce

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

100p% kvantil

$$x_p = F^{-1}(p)$$

střední hodnota

$$E(X) = \mu$$

rozptyl

$$D(X) = \sigma^2$$

Normované (standardizované) normální rozdělení

hustota

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$$

distribuční funkce

$$\Phi(u) = \int_{-\infty}^{u} \varphi(t)dt$$

100p% kvantil

$$u_p = \Phi^{-1}(p)$$

střední hodnota

$$E(U) = 0$$

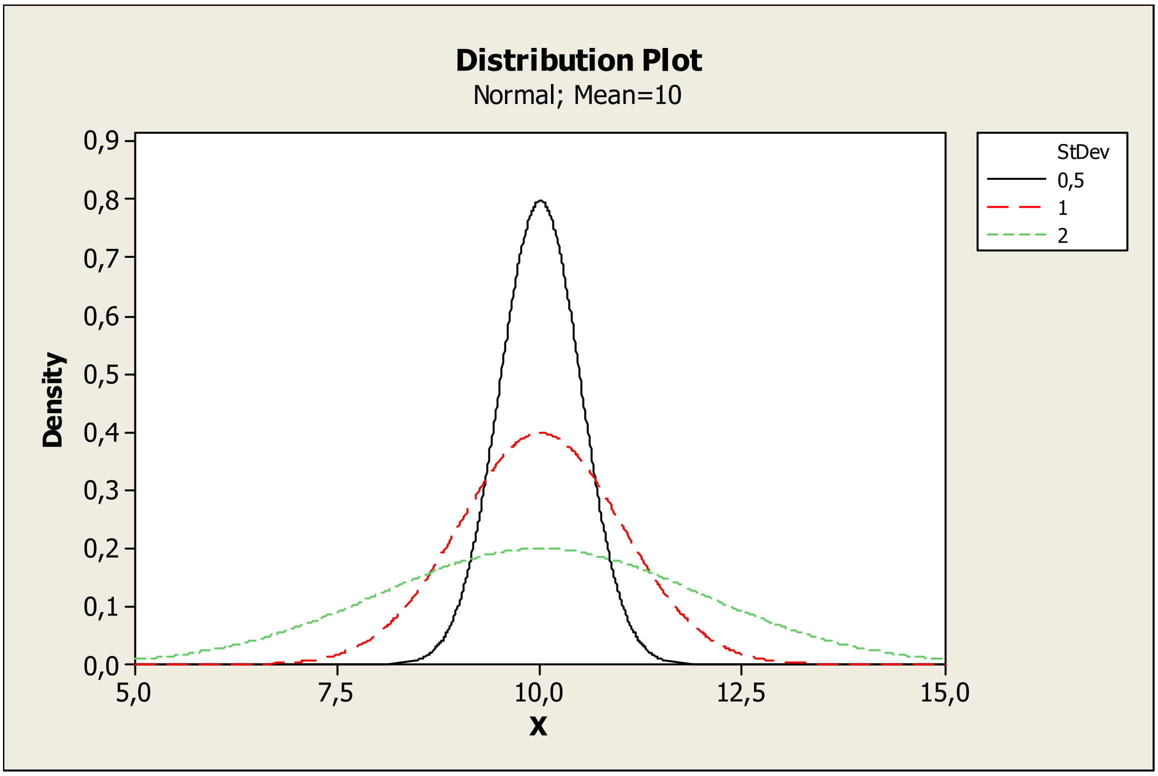
rozptyl

$$D(U) = 1$$

Pro $u = \frac{x-\mu}{\sigma}$ platí

$$F(x) = \Phi(u)$$

$$x_p = \mu + \sigma u_p$$



Obr. 1 Hustota normálního rozdělení s různými parametry σ, μ = 10

Weibullovo rozdělení

hustota

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}\right] \qquad x \ge 0 \ , \ \beta > 0 \ , \ \eta > 0$$

β ... parametr tvaru
η ... parametr měřítka

distribuční funkce

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

100p% kvantil

$$x_p = \eta[-\ln(1-p)]^{1/\beta}$$

střední hodnota

$$E(X) = \frac{\eta}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

rozptyl

$$D(X) = \frac{\eta^2}{\beta}\left[2\Gamma\left(\frac{2}{\beta}\right) - \frac{1}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)^2\right]$$

Tříparametrické Weibullovo rozdělení

hustota

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x-\theta}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\theta}{\eta}\right)^{\beta}\right] \qquad x \ge \theta \ , \ \beta > 0 \ , \ \eta > 0 \ , \ \theta \ge 0$$

β ... parametr tvaru
η ... parametr měřítka
θ ... parametr posunutí

distribuční funkce

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\theta}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

100p% kvantil

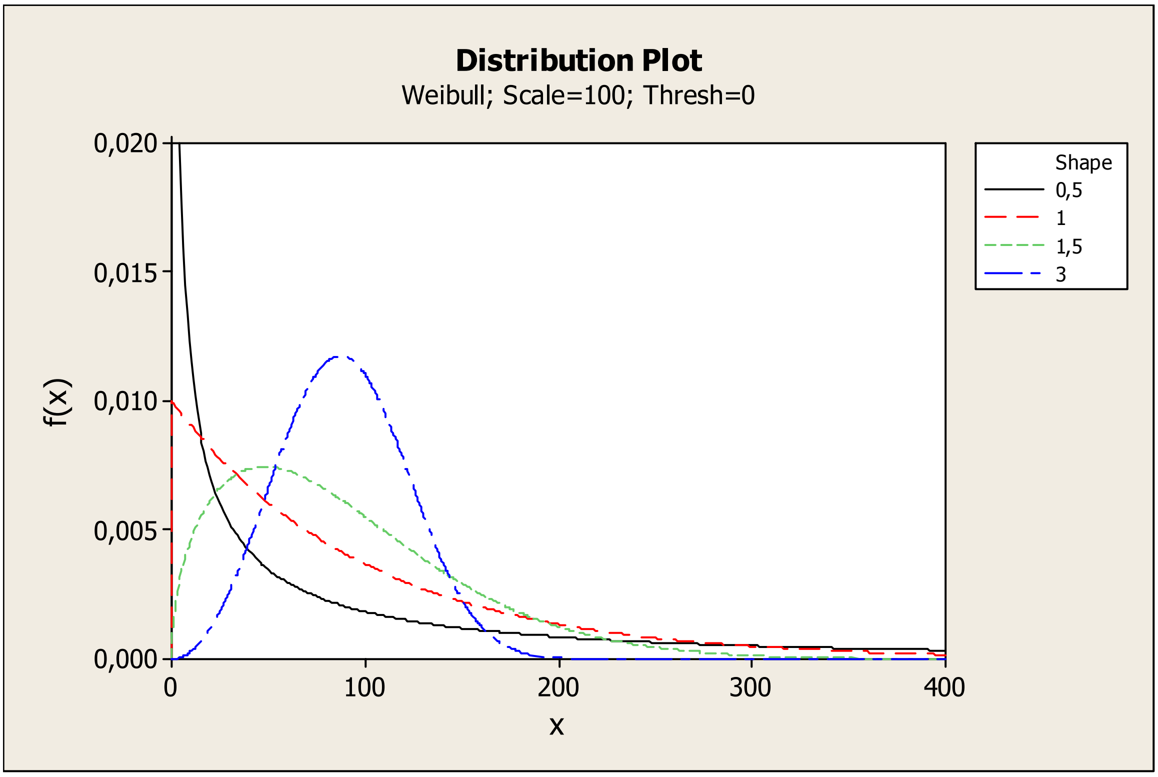
$$x_p = \theta + \eta[-\ln(1-p)]^{1/\beta}$$

střední hodnota

$$E(X) = \theta + \frac{\eta}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

rozptyl

$$D(X) = \frac{\eta^2}{\beta}\left[2\Gamma\left(\frac{2}{\beta}\right) - \frac{1}{\beta}\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)^2\right]$$



Obr. 2 Hustota Weibullova rozdělení s různými parametry tvaru β, $\eta = 100$, $\theta = 0$

Lognormální rozdělení

hustota

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \qquad x > 0\ ,\ \sigma > 0\ ,\ \mu \text{ reálné}$$

μ ... parametr polohy
σ ... parametr měřítka

distribuční funkce

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$$

100p% kvantil

$$x_p = \exp(\mu + \sigma u_p)$$

střední hodnota

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

rozptyl

$$D(X) = \exp(2\mu + \sigma^2)(\exp\sigma^2 - 1)$$

Tříparametrické lognormální rozdělení

hustota

$$f(x) = \frac{1}{(x-\theta)\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\ln(x-\theta) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad x > \theta\ ,\ \sigma > 0\ ,\ \mu \text{ reálné}$$

μ ... parametr polohy
σ ... parametr měřítka
θ ... parametr posunutí

distribuční funkce

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x-\theta) - \mu}{\sigma}\right)$$

100p% kvantil

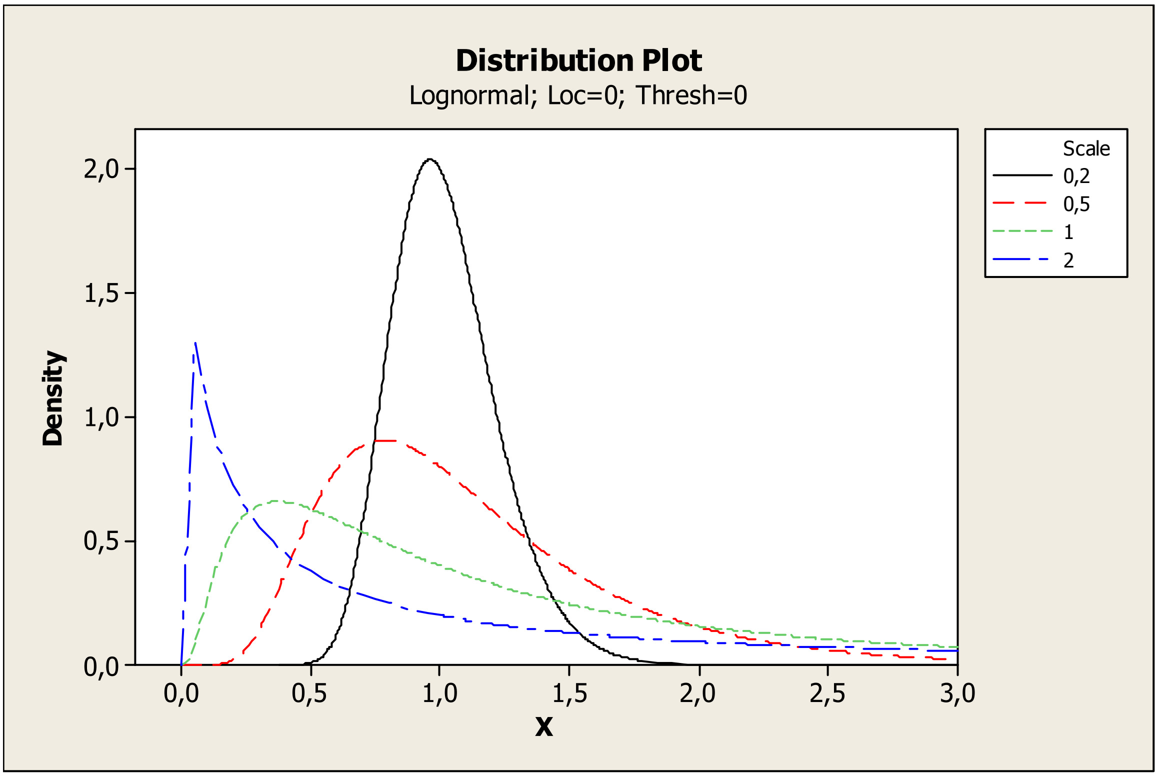
$$x_p = \theta + \exp(\mu + \sigma u_p)$$

střední hodnota

$$E(X) = \theta + \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$$

rozptyl

$$D(X) = \exp(2\mu + \sigma^2)(\exp\sigma^2 - 1)$$



Obr. 3 Hustota lognormálního rozdělení s různými parametry měřítka σ, $\mu = 0$, $\theta = 0$